

BLOQUE II: ÁLGEBRA LINEAL.

TEMA 5
INTRODUCCIÓN A LOS ESPACIOS VECTORIALES

EJERCICIOS PROPUESTOS

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a map of the Iberian Peninsula. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Ejercicio 1 Dados los vectores de \mathbb{R}^3 $\vec{u} = (4, -1, 0)$, $\vec{v} = (2, 1, -3)$, expresar, si se puede, los siguientes vectores como combinación lineal de ellos.

- a) $\vec{w} = (14, 1, -9)$
- b) $\vec{w} = (0, 3, -6)$
- c) $\vec{w} = (10, -1, 5)$

Ejercicio 2 Estudiar la dependencia o independencia lineal de los siguientes vectores de \mathbb{R}^4 .

- a) $\{(1, 2, -4, 0), (-2, 4, -8, 0), (2, 3, 0, 1)\}$
- b) $\{(1, 2, -4, 0), (2, 4, 8, 0), (4, 8, 8, 0)\}$
- c) $\{(2, 0, 3, 0), (0, 1, -3, 0), (1, -2, 0, 8)\}$

Ejercicio 3 Dado el siguiente subespacio vectorial de \mathbb{R}^4

$$S = \left\{ (x, y, z, t) \ / \ \begin{cases} x - 2y + t = 0 \\ 3x + 5y + z - t = 0 \\ 5x + y + 3z + t = 0 \end{cases} \right\}$$

Determinar:

- a) $Dim(S)$
- b) Las ecuaciones cartesianas del subespacio
- c) Una base del subespacio
- d) Las ecuaciones paramétricas del subespacio

Ejercicio 4 Dado el subespacio vectorial de \mathbb{R}^4 generado por los vectores,

$$S = L\{(1, 2, -4, 1), (2, 4, -8, 2), (2, 3, 1, 1)\}$$

Determinar:

- a) $Dim(S)$
- b) Una base del subespacio
- c) Las ecuaciones cartesianas del subespacio

Ejercicio 5 Determinar si los siguientes vectores son sistema generador y/o base de \mathbb{R}^3

- a) $\{(3, -1, -1), (1, 0, -2), (0, 4, 3), (2, -1, 1)\}$
- b) $\{(1, -2, 1), (4, 1, -1)\}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ejercicio 6 Dados los siguientes cuatro vectores de \mathbb{R}^4 , encontrar el máximo número de vectores linealmente independientes: $\{(2, 0, 1, 3), (0, 2, -1, 2), (2, 2, 0, -1), (1, 3, 0, -2)\}$

Ejercicio 7 Sean los siguientes subespacios de \mathbb{R}^3 :

$$S = L\{(2, -1, -1), (3, 1, 0)\} \text{ y } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + z = 0\}$$

Calcular la dimensión y ecuaciones cartesianas del subespacio S

Ejercicio 8 Calcular la matriz asociada a las siguientes aplicaciones lineales:

- a) $f(x, y) = (2x - y, 3y, x)$
- b) $g(x, y, z) = 3x + 2y - z$
- c) $l(x, y, z, t) = (x + y - z, 5t, 2y + z, 0)$
- d) $h(x, y, z) = (3x + 2y - z, 6x - y, z - x - y)$

Ejercicio 9 Dada la siguiente aplicación lineal

$$f(x, y, z) = (7x + 4y - z, 4x + 7y - z, -4x - 4y + 4z)$$

Comprobar cuál de los siguientes vectores es un autovector de la aplicación y averiguar, en caso afirmativo, su autovalor asociado.

- a) $(1, 0, 4)$
- b) $(1, 1, 8)$
- c) $(-2, -2, 2)$
- d) $(0, -1, 6)$

Ejercicio 10 Calcular el polinomio característico y los autovalores de las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- c) Calcular A^{34} (utilizando la matriz diagonal semejante)

Ejercicio 13 Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

- a) Comprobar que la matriz es diagonalizable
b) Calcular la matriz diagonal semejante
c) Calcular A^{20} (utilizando la matriz diagonal semejante)

Ejercicio 14 Sea la siguiente aplicación lineal de \mathbb{R}^3 a \mathbb{R}^3

$$f(x, y, z) = (2x + y, y - z, 2y + 4z)$$

Calcular:

- a) Calcular los autovalores de la aplicación lineal
b) Calcular una base de cada uno de los subespacios de autovectores asociados a cada autovalor.
c) ¿Es diagonalizable la matriz asociada a la aplicación anterior?

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70